

Cinemática del Sólido

Consideraciones generales

Notación

Condición cinemática de sólido rígido

Grados de libertad

Campo de velocidades

Propiedades del campo de velocidades

Eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento

Campo de aceleraciones

Casos particulares

Movimiento de traslación

Movimiento de rotación alrededor de un eje fijo

Movimiento con un punto fijo

Movimientos planos

Sólidos en contacto. Rodadura y deslizamiento

3

POLITÉCNICA

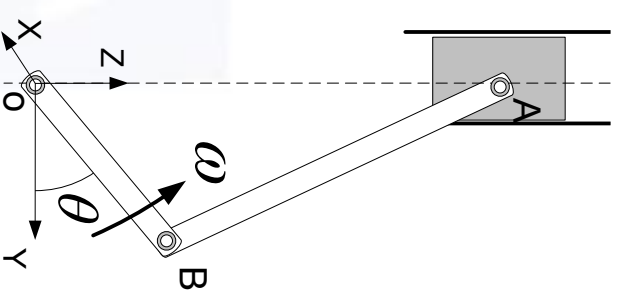
Consideraciones generales

Cinemática del Sólido

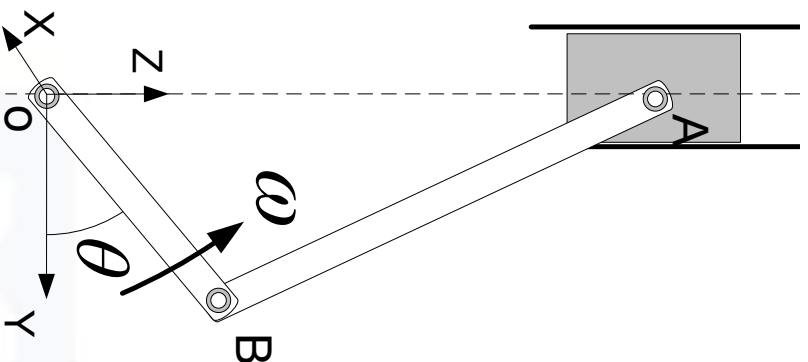
✓ **Sólido Rígido:** Conjunto de partículas finito o infinito cuyas **distancias relativas se mantienen constantes**.

Consideraciones:

- Las dimensiones y/u orientación del sólido influyen en el movimiento. En caso contrario se podría estudiar como una *partícula*.
- Los sólidos reales sufren deformaciones, pero suelen muy pequeñas y en Mecánica Clásica se desprecian.
- Cuando un sólido S se encuentra en movimiento cada uno de sus puntos tiene, en general, una trayectoria, una velocidad y una aceleración distinta. También, el punto puede pertenecer a distintos sólidos. Por tanto, habrá que especificar:
 - El punto del sólido.
 - El movimiento concreto al que nos referimos para el mismo punto.



NOTACIÓN



$\vec{v}_{21}^M$

Punto al que se refiere
 Sólido en el que se sitúa el observador
 Sólido al que pertenece el punto M

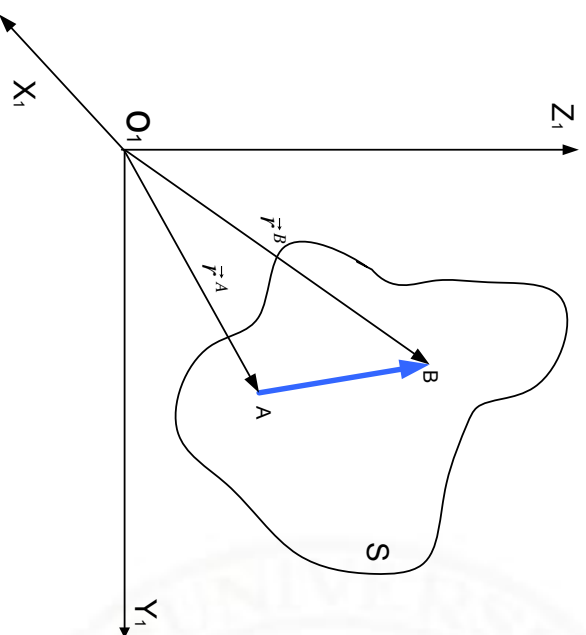
- S_1 : suelo
- S_0 : coche
- S_2 : manivela OB
- S_3 : biela AB
- S_4 : émbolo

Condición cinemática de sólido rígido

Cinemática del Sólido



¿Cómo influye la condición de **Sólido Rígido** en las velocidades de los puntos?



Por la definición de Sólido Rígido:

$$|\overline{AB}| = cte, \quad \forall A, B \in \text{Sólido}$$

$$|\overline{AB}|^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AB} = cte, \quad \forall A, B \in \text{Sólido}$$

$$\frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \overline{AB} + \overline{AB} \cdot \frac{d\overline{AB}}{dt} = 2 \frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \overline{AB} = 0$$

Y por tanto: $\frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \overline{AB} = 0$

Teniendo en cuenta que: $\overline{AB} = \vec{r}^B - \vec{r}^A$

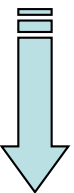
$$\frac{d(\vec{r}^B - \vec{r}^A)}{dt} \cdot \overline{AB} = 0; \quad \frac{d\vec{r}^B}{dt} \cdot \overline{AB} = \frac{d\vec{r}^A}{dt} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \vec{v}^B \cdot \overline{AB} = \vec{v}^A \cdot \overline{AB}$$

Se divide la expresión por el módulo de $\overline{AB}$:

$$\underbrace{\vec{v}^B \cdot \vec{u}_{\overline{AB}}}_{\text{Proy } \vec{v}^B \text{ sobre } \overline{AB}} = \underbrace{\vec{v}^A \cdot \vec{u}_{\overline{AB}}}_{\text{Proy } \vec{v}^A \text{ sobre } \overline{AB}}$$

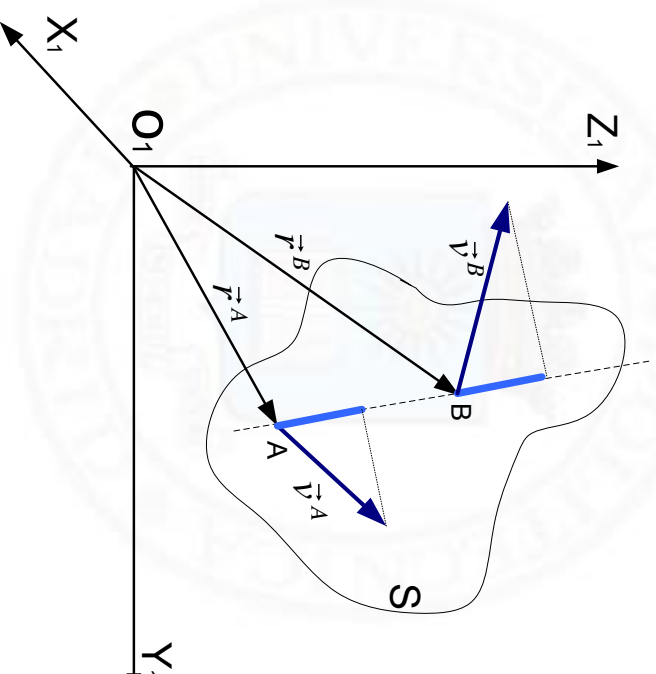
Condición cinemática de sólido rígido

Cinemática del Sólido



Las proyecciones de las velocidades de dos puntos A y B cualesquiera del sólido sobre la recta AB que los une es la misma (equiproyectividad).

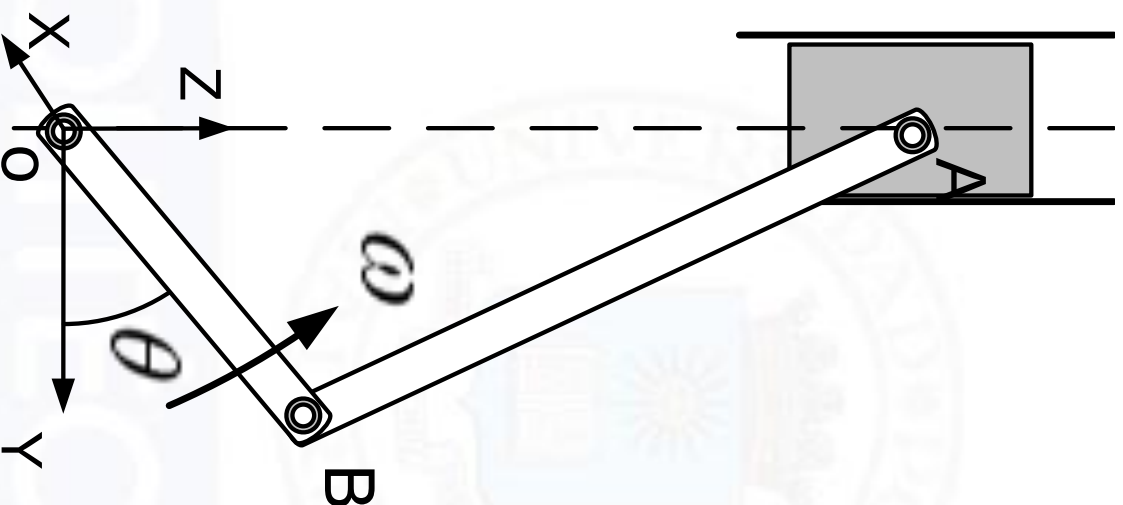
$$\underbrace{\vec{v}^B \cdot \vec{u}_{AB}}_{\text{Proy } \vec{v}_B \text{ sobre } AB} = \underbrace{\vec{v}^A \cdot \vec{u}_{AB}}_{\text{Proy } \vec{v}_A \text{ sobre } AB}$$



- De este modo se garantiza que las distancias entre los puntos se mantienen constantes.
- A esta proyección de la velocidad se le denomina *velocidad de deslizamiento del sólido sobre la recta*.

Condición cinemática de sólido rígido

Cinemática del Sólido



$$\underbrace{\vec{v}^B \cdot \vec{u}_{AB}}_{\text{Proy } \vec{v}^B \text{ sobre } \overline{AB}} = \underbrace{\vec{v}^A \cdot \vec{u}_{AB}}_{\text{Proy } \vec{v}^A \text{ sobre } \overline{AB}}$$

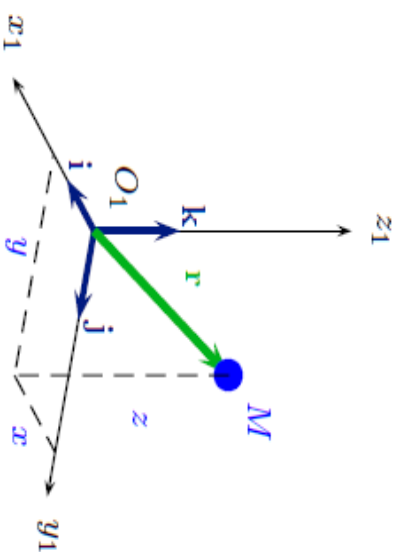
Grados de libertad

Cinemática del Sólido

- ✓ *Grados de libertad*: Número de parámetros independientes necesarios para describir la configuración de un sistema.

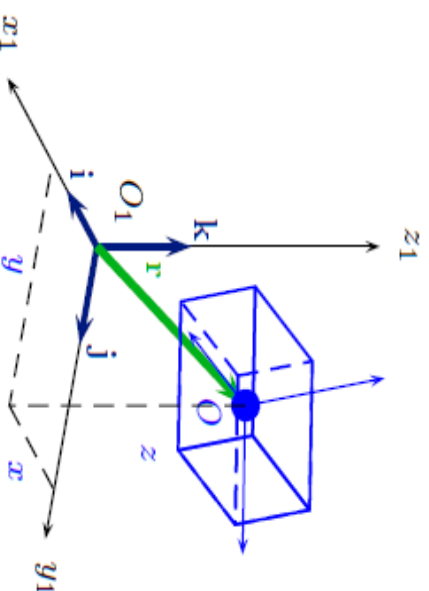
Para sistema libres (sin ligaduras)

Partícula



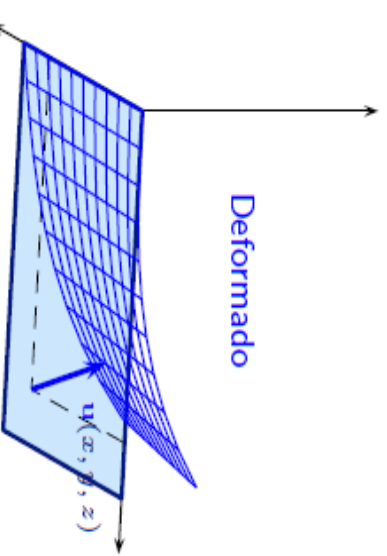
GDL: 3

Sólido rígido



GDL: 6
(Mov. Plano: 3)

Sólido deformable



Sin deformar = Sólido rígido
GDL: ∞

- **Ecuación del campo de velocidades** del sólido:

$$\vec{v}_{21}^M = \vec{v}_{21}^O + \vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM}$$

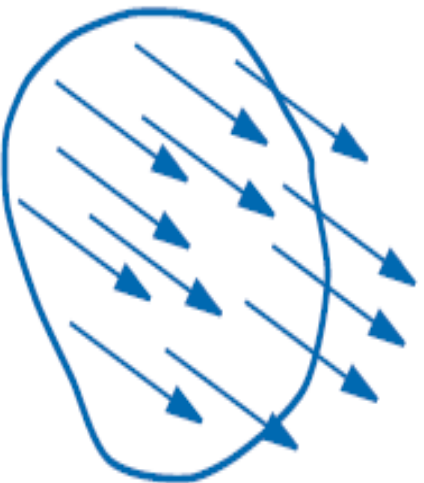
- Expresión que permite calcular, en un instante dado, las velocidades de *todos* los puntos del sólido en función de $(\vec{v}_{21}^O, \vec{\omega}_{21}) \equiv$ (Se denomina *screw* ó *hélice*)
- El punto M y el origen O son arbitrarios. En consecuencia la ecuación se satisface para *cualquier pareja de puntos* (A,B) del sólido:

$$\vec{v}_{21}^A = \vec{v}_{21}^B + \vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{BA}$$

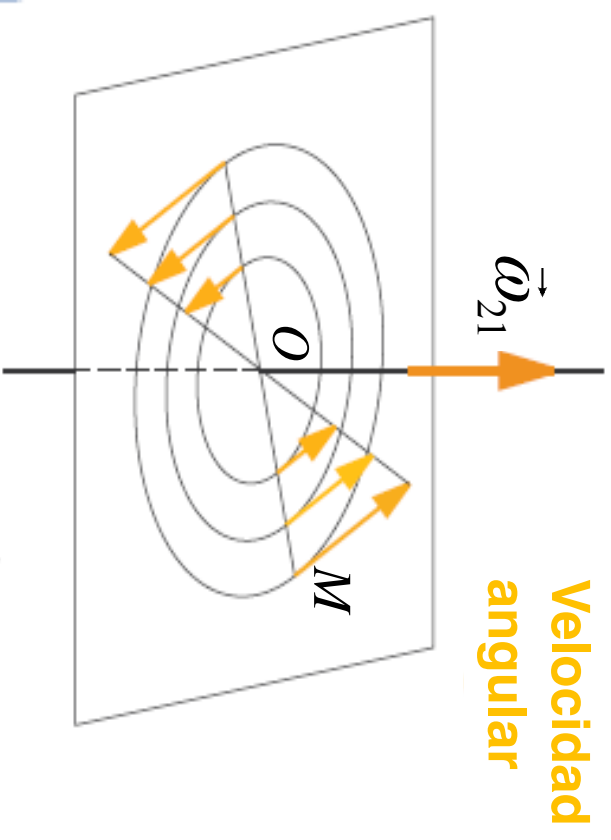
- La velocidad angular $\vec{\omega}_{21}$ es *única*, es la misma para todos los puntos del sólido.

El movimiento general del sólido se puede interpretar en cada instante como una **traslación** en la que todos los puntos del sólido tienen la velocidad correspondiente al punto de referencia elegido, $\vec{v}_{21}^O$, más una **rotación alrededor de un eje que pasa por dicho punto con la velocidad angular del sólido** $\vec{\omega}_{21}$

$$\vec{v}_{21}^M = \vec{v}_{21}^O + \vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM}$$



$$\vec{v}_{21}^O$$



$$\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM}$$

POLITÉCNICA



POLITÉCNICA

Propiedades del campo de velocidades

Cinemática del Sólido

- **Equiprojectividad:** Las proyecciones de las velocidades de dos puntos A y B cualesquiera del sólido sobre la recta AB que los une es la misma.

$$\vec{v}^B = \vec{v}^A + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}$$

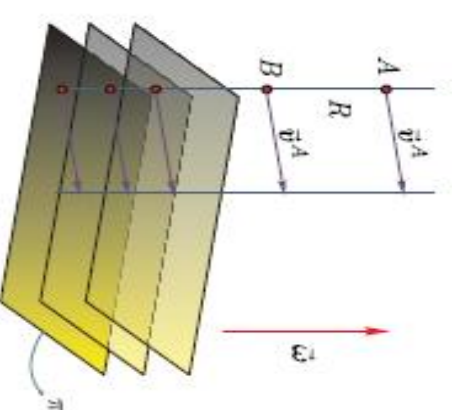
$$\vec{v}^B \cdot \vec{u}_{AB} = \vec{v}^A \cdot \vec{u}_{AB} + (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}) \cdot \vec{u}_{AB}$$

Coincide con la condición cinemática de sólido rígido

- **Bidimensionalidad:** En cada instante, todos los puntos situados sobre una recta paralela a la velocidad angular del sólido tienen la misma velocidad.

$$\vec{v}^B = \vec{v}^A + (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}) \Rightarrow \vec{v}^B = \vec{v}^A$$

Por tanto, basta con determinar el campo de velocidades en un único plano Π perpendicular a $\vec{\omega}_{21}$ ya que se repite en todos los planos paralelos a Π .



- Si en un instante concreto la velocidad angular es nula, todos los puntos tienen la misma velocidad. Un caso particular es el movimiento de traslación velocidad.

$$\vec{v}^B = \vec{v}^A + (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}) \Rightarrow \vec{v}^B = \vec{v}^A$$

Eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento

Cinemática del Sólido

- **Eirmd:** lugar geométrico de los puntos del sólido cuya velocidad es paralela a la velocidad angular del sólido.

Si P es un punto que pertenece al *eirmd*, su velocidad es paralela a $\vec{\omega}_{21}$ y se verifica:

$$\vec{\omega} \wedge \vec{v}^P = \vec{0} = \vec{\omega} \wedge (\vec{v}^O + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}) = \vec{\omega} \wedge \vec{v}^O + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP})$$

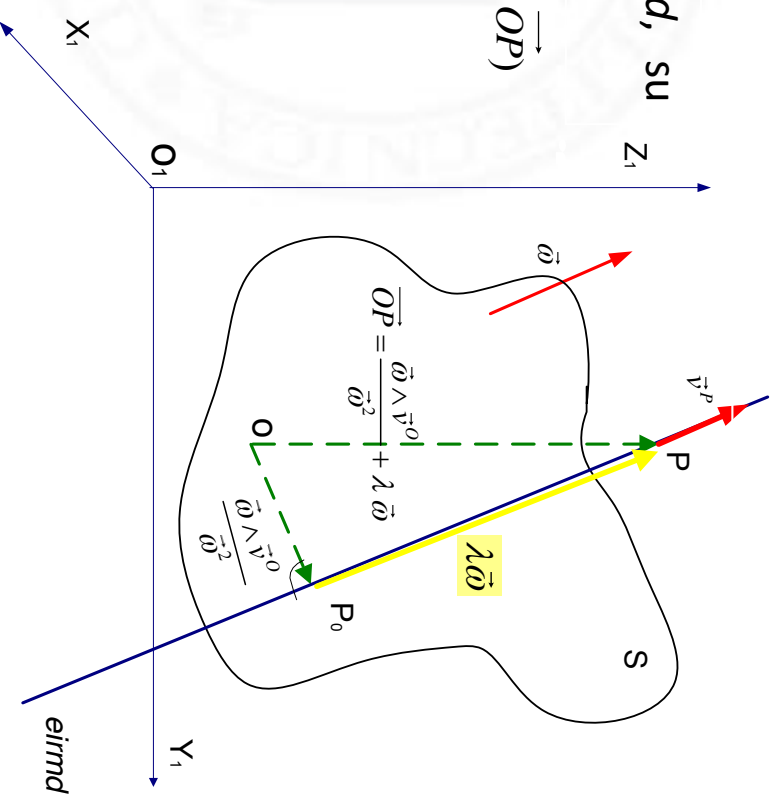
$$\vec{0} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}^O + \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \overrightarrow{OP}) - \vec{\omega}^2 \overrightarrow{OP}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\vec{\omega} \wedge \vec{v}^O}{\vec{\omega}^2} + \underbrace{\frac{(\vec{\omega} \cdot \overrightarrow{OP})}{\vec{\omega}^2}}_{\lambda} \vec{\omega} \Rightarrow$$

Ecuación vectorial del *eirmd*

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\vec{\omega} \wedge \vec{v}^O}{\vec{\omega}^2} + \lambda \vec{\omega}$$

Otro procedimiento equivalente de encontrar la ecuación del *eirmd* es imponer que las componentes de los vectores paralelos $\vec{\omega}_{21}$ y $\vec{v}_{21}^O$ sean proporcionales.



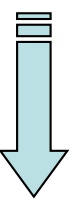
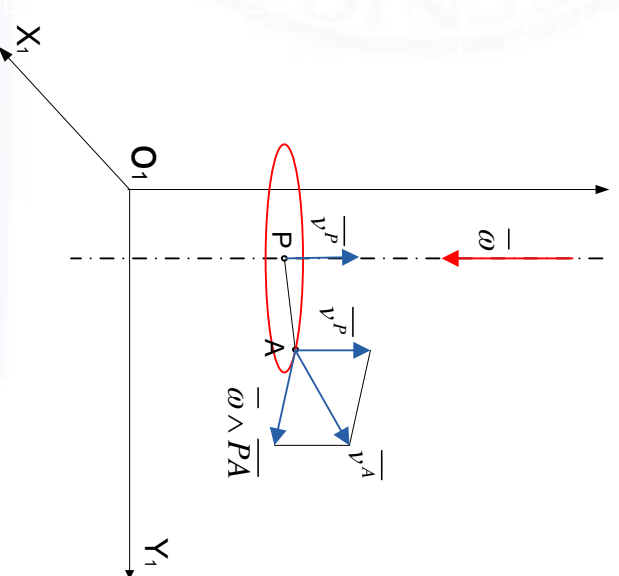
- El **eirmd** tienen las siguientes propiedades que derivan del campo de velocidades:

- Todos sus puntos tienen la misma velocidad, ya que es una recta paralela a la velocidad angular $\vec{\omega}_{21}$

- La velocidad de sus puntos es *mínima*.

$$Si \begin{cases} A \notin eirmd \\ P \in eirmd \end{cases} \vec{v}^A = \underbrace{\vec{v}^P}_{\text{paralelo } \vec{\omega}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{PA}}_{\text{perpendicular } \vec{\omega}}$$

$|\vec{v}^A|$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son $|\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{PA}|$ y $|\vec{v}^P|$, por lo tanto $|\vec{v}^A| > |\vec{v}^P|$.



Se denomina **velocidad de mínimo deslizamiento**.

- La **velocidad de mínimo deslizamiento**:
 - Es la mínima del campo de velocidades.
 - Es igual a la proyección de la velocidad de cualquier punto A del sólido en la dirección de $\vec{\omega}_{21}$ (equiproyectividad en $\vec{\omega}_{21}$)

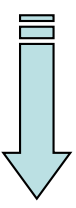
$$\vec{v}^A = \vec{v}^P + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{PA}$$

$$\underbrace{\vec{v}^A \cdot \vec{u}_{\vec{\omega}}}_{\text{proyección de } \vec{v}^A \text{ sobre } \vec{\omega}} = \underbrace{\vec{v}^P \cdot \vec{u}_{\vec{\omega}}}_{|\vec{v}^P|} + \underbrace{(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{PA}) \cdot \vec{u}_{\vec{\omega}}}_0$$

perpendiculares

; con $\vec{u}_{\vec{\omega}} = \frac{\vec{\omega}}{|\vec{\omega}|}$

La **velocidad de mínimo deslizamiento** siempre se puede calcular como:



$$\vec{v}_{\text{mínimo deslizam.}} = \vec{v}^P = (\vec{v}^A \cdot \vec{u}_{\vec{\omega}}) \vec{u}_{\vec{\omega}}$$

Eirmd: movimiento helicoidal

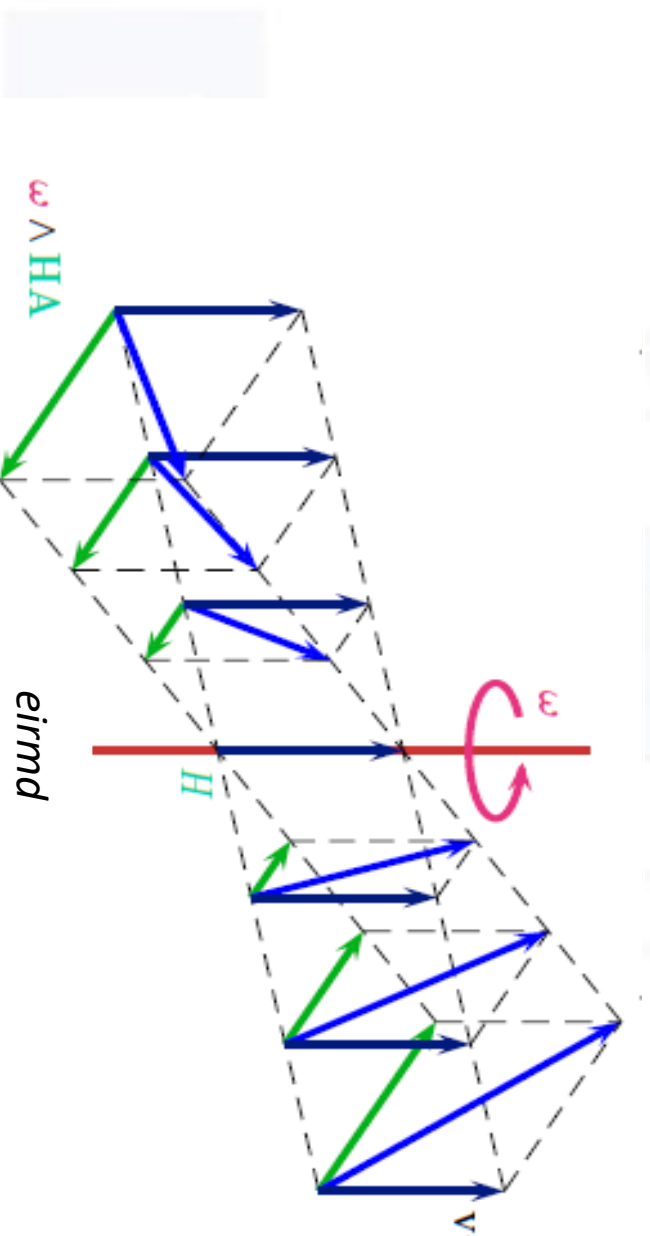
Cinemática del Sólido

- **Movimiento helicoidal equivalente:** Se toma un punto H del eirmd para describir el campo de velocidades:

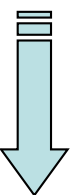
$$\vec{v}_{21}^A = \vec{v}_{21}^H + \underbrace{\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{HA}}_{\text{Deslizamiento}} = \text{Deslizamiento} + \text{Rotación pura}$$

- Translación** en la dirección del eirmd ($\vec{\omega}_{21}$) con la velocidad de mínimo deslizamiento
- Rotación** alrededor del eirmd con $\vec{\omega}_{21}$

$\Rightarrow$
Movimiento helicoidal



- ✓ En cada instante existe un *ÚNICO eirmd*. Todos los puntos de dicho eje tienen la misma velocidad que:
 - ✓ Es paralela a la velocidad angular
 - ✓ Su módulo es mínimo



Estas propiedades permiten situar el *eirmd* sin necesidad de determinarlo analíticamente

- *Un punto de velocidad nula* (o mínima, o paralela a $\vec{\omega}_{21}$), el *eirmd* pasa por dicho punto.
- Dos o más puntos de velocidad nula (o mínima, o paralela a), el *eirmd* es la recta que une dichos puntos

POLITÉCNICA

Campo de aceleraciones

Cinemática del Sólido

- Se deriva el campo de velocidades

$$\vec{a}_{21}^M = \frac{d\vec{v}_{21}^M}{dt} = \frac{d\vec{v}_{21}^O}{dt} + \frac{d(\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM})}{dt} = \vec{a}_{21}^O + \frac{d\vec{\omega}_{21}}{dt} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega}_{21} \wedge \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$\vec{a}_{21}^M$ $\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM}$

- Ecuación del campo de aceleraciones** del sólido:

$$\vec{a}_{21}^M = \vec{a}_{21}^O + \vec{\alpha}_{21} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega}_{21} \wedge (\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM})$$

- $\vec{\alpha}_{21} = \dot{\vec{\omega}}_{21}$ es el vector aceleración angular del sólido S_2 respecto de S_1 .
- Los dos primeros términos tienen una estructura similar a la del campo de velocidades (eje $\parallel \vec{\alpha}_{21}$); el tercero (eje $\parallel \vec{\omega}_{21}$) rompe la estructura porque es una aceleración centrípeta. Los vectores $\vec{\omega}_{21}$ y $\vec{\alpha}_{21}$ tienen en general direcciones distintas y variables con el tiempo

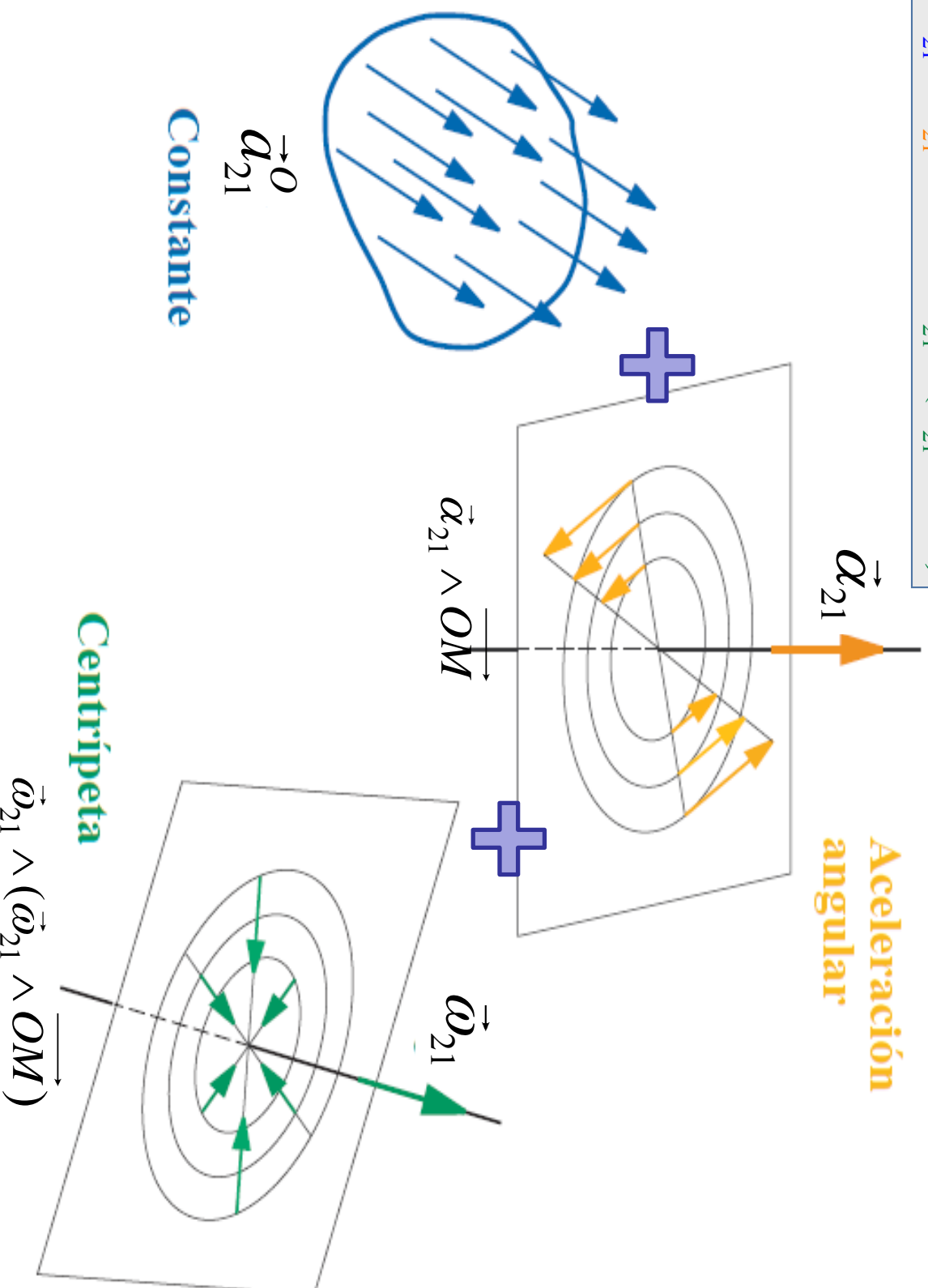


POLITÉCNICA

Estructura instantánea del Campo de aceleraciones

Cinemática del Sólido

$$\vec{a}_{21}^M = \vec{a}_{21}^O + \vec{\alpha}_{21} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega}_{21} \wedge (\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM})$$





POLITÉCNICA

Cinemática del Sólido

Consideraciones generales

Notación

Condición cinemática de sólido rígido

Grados de libertad

Campo de velocidades

Propiedades del campo de velocidades

Eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento

Campo de aceleraciones

Casos particulares

Movimiento de traslación

Movimiento de rotación alrededor de un eje fijo

Movimiento con un punto fijo

Movimientos planos

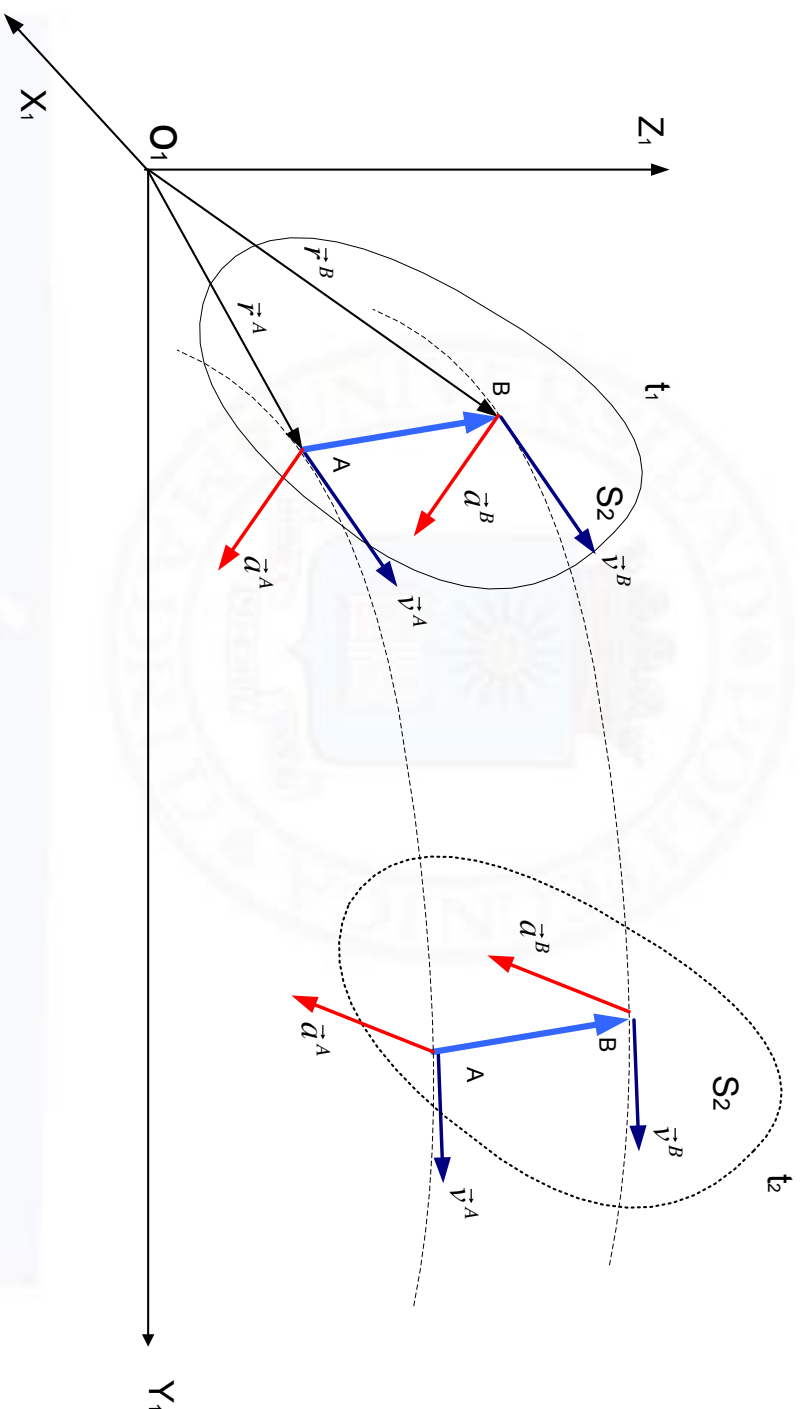
3

POLITÉCNICA

Movimiento de traslación

Cinemática del Sólido

- **Movimiento de traslación:** Un sólido tiene un movimiento de traslación cuando cualquier segmento rectilíneo del sólido conserva su dirección durante el movimiento del mismo.



$$\overline{AB} = cte, \quad \forall A, B \in \text{Sólido}$$

$$\frac{d\overline{AB}}{dt} = 0; \quad \frac{d(\vec{r}^B - \vec{r}^A)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{21}^B = \vec{v}_{21}^A$$

$$\vec{a}_{21}^B = \vec{a}_{21}^A$$

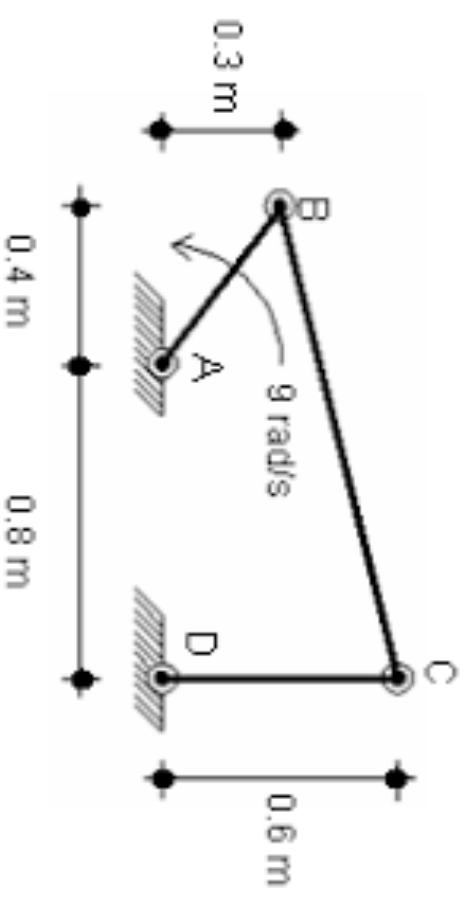
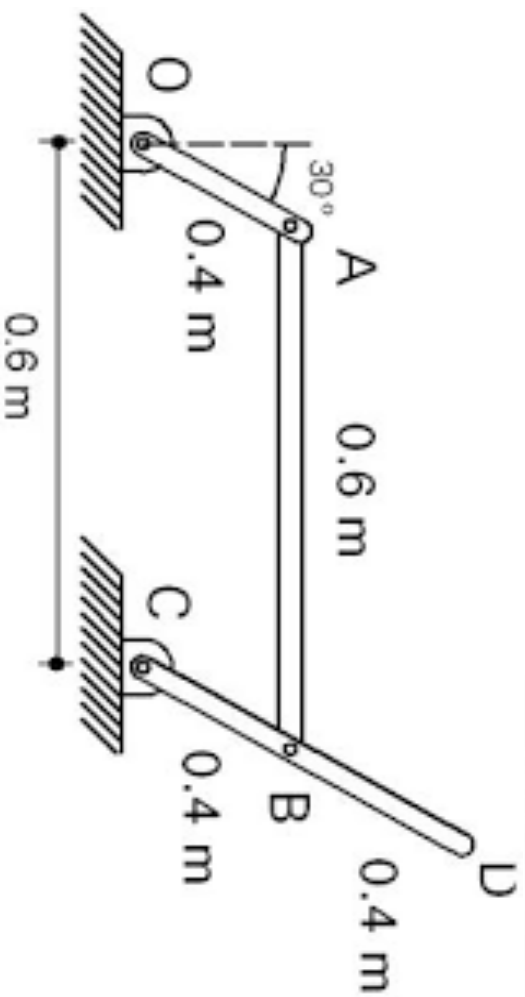
En cada instante, todos los puntos se mueven igual

Movimiento de traslación

Cinemática del Sólido



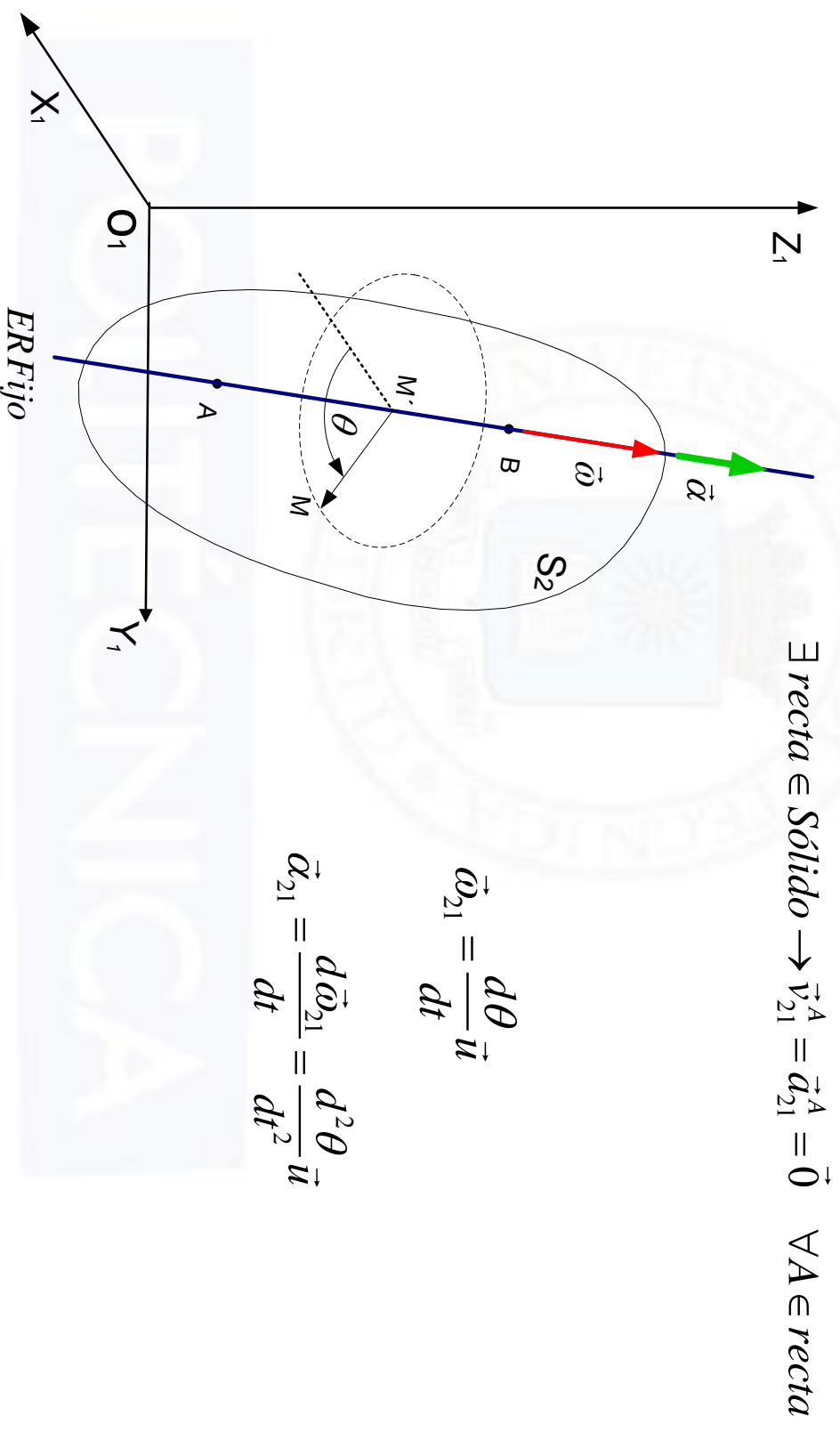
¿Algún elemento de estos mecanismos tiene un movimiento de traslación?



Movimiento de rotación alrededor eje fijo

Cinemática del Sólido

- **Rotación alrededor de un eje fijo:** dos puntos del sólido (A y B) permanecen fijos respecto del sistema de referencia del movimiento. Debido a la condición de indeformabilidad del sólido, todos los puntos situados sobre la recta que une A y B , también son fijos



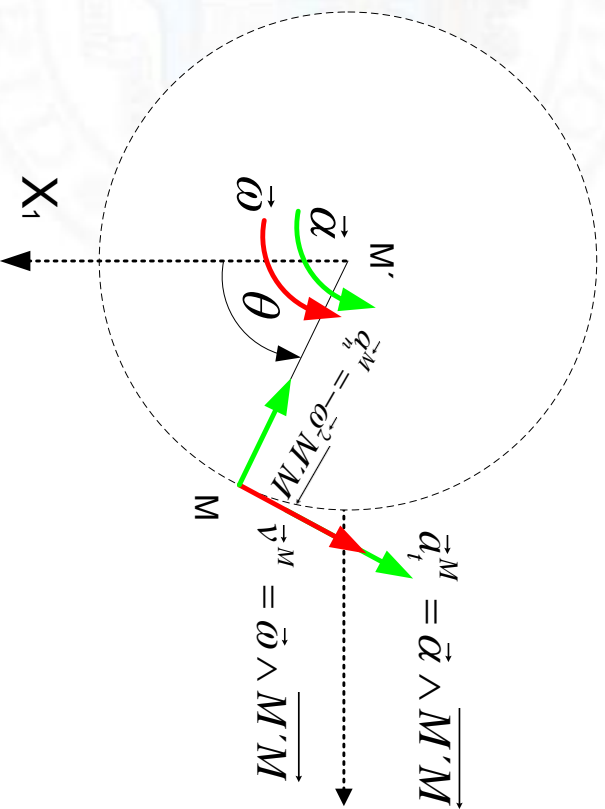
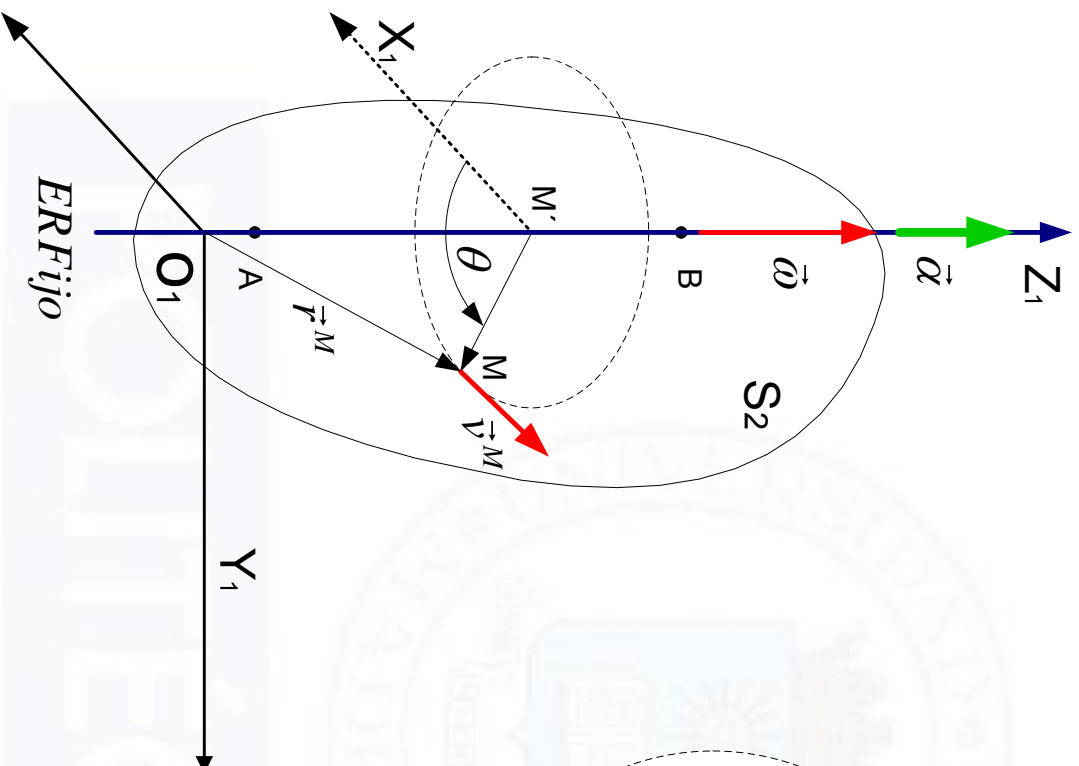
$$\vec{\omega}_{21} = \frac{d\theta}{dt} \vec{u}$$

$$\vec{\alpha}_{21} = \frac{d\vec{\omega}_{21}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}$$

Movimiento de rotación alrededor eje fijo

Cinemática del Sólido

- Equivale a un *movimiento plano*. El campo de velocidades y aceleraciones es:



$$\vec{v}_{21}^M = \vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{M'M}$$

$$\vec{a}_{21}^M = \vec{\alpha}_{21} \wedge \overrightarrow{M'M} - \vec{\omega}_{21}^2 \wedge \overrightarrow{M'M}$$

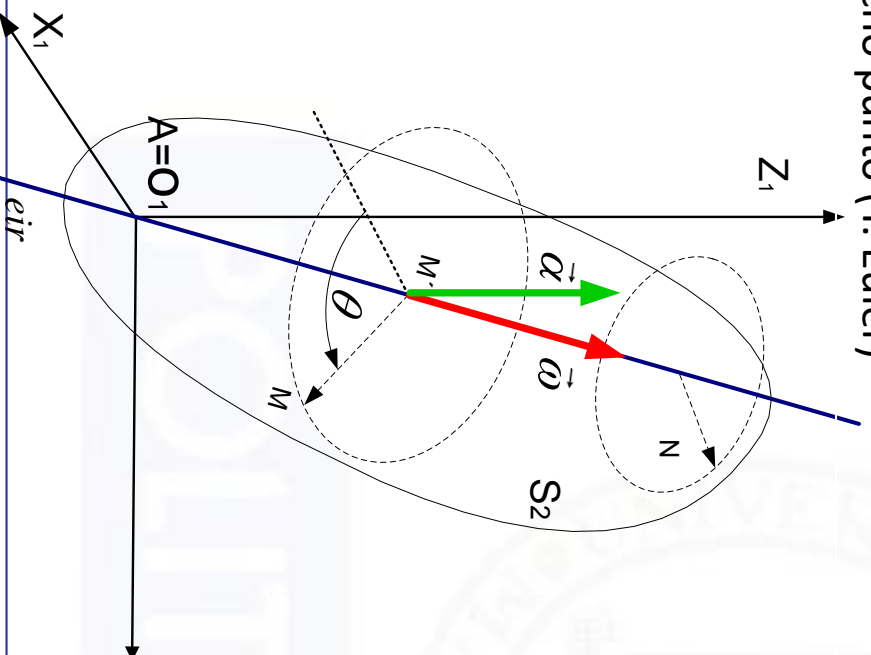
Movimiento con un punto fijo

Cinemática del Sólido

- **Movimiento con un punto fijo:** un punto del sólido (A) permanece fijo respecto del sistema de referencia del movimiento.

$$\exists \text{ punto } A \in \text{Sólido} \rightarrow \vec{v}_{21}^A = \vec{a}_{21}^A = \vec{0}$$

- Cualquier movimiento finito del cuerpo en torno a un punto fijo equivale a una rotación del cuerpo alrededor de un eje particular (paralelo a la velocidad angular) que pasa por dicho punto (T. Euler)



- $\vec{\alpha}_{21}$ no tiene la misma dirección que la velocidad angular ya que esta varía su orientación de un instante a otro.
- Como $\vec{\alpha}_{21} = \frac{d\vec{\omega}_{21}}{dt}$ su dirección vendrá determinada por la tangente a la curva descrita por el extremo del vector $\vec{\omega}_{21}$ al variar con el tiempo.
- Los puntos de dicho eje cumplen:
 - Velocidad nula
 - Aceleración distinta de cero
 - **Solo el punto A fijo tiene velocidad y aceleración nula a lo largo del tiempo**

Movimiento con un punto fijo

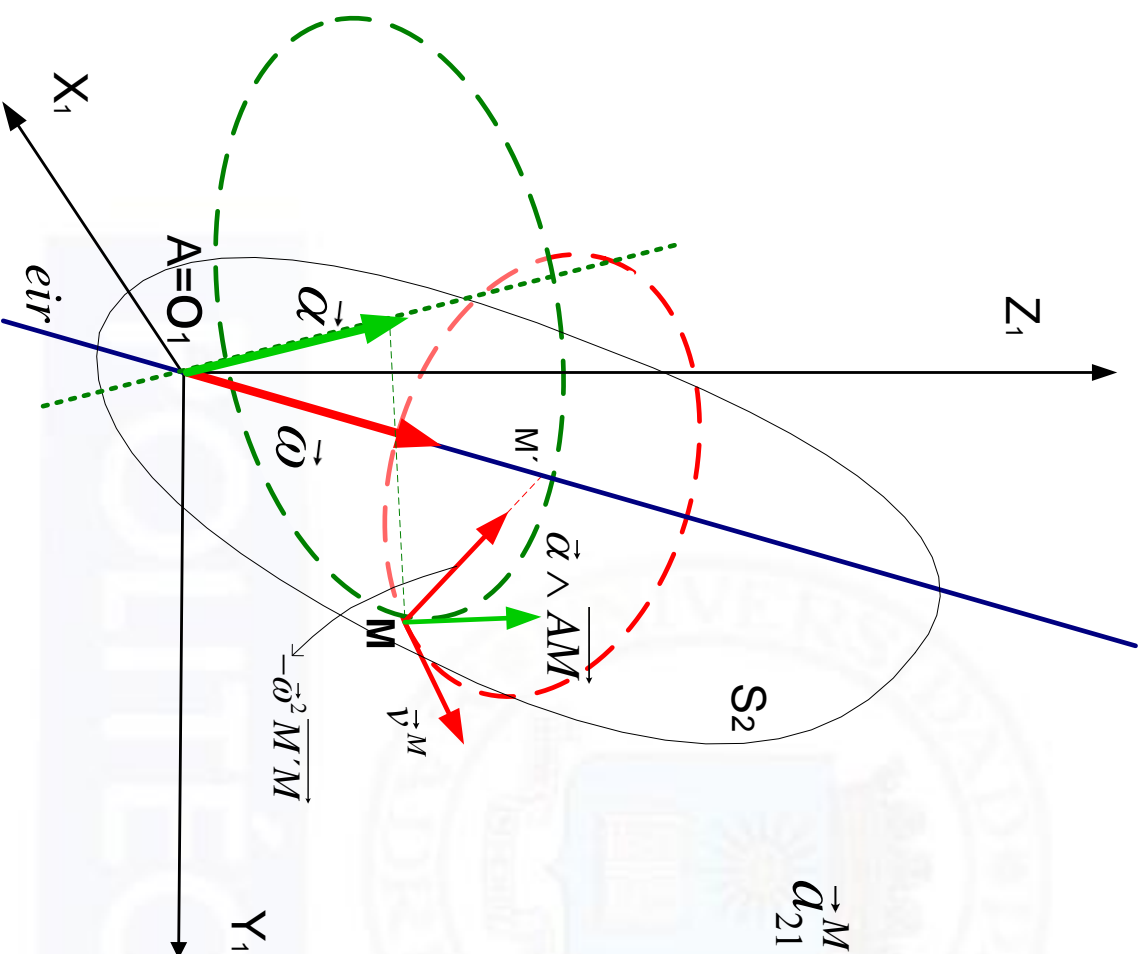
Cinemática del Sólido

- El campo de velocidades y aceleraciones es:

$$\vec{v}_{21}^M = \vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{AM}$$

$$\vec{a}_{21}^M = \vec{a}_{21} \wedge \overrightarrow{AM} + \vec{\omega}_{21} \wedge (\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{AM})$$

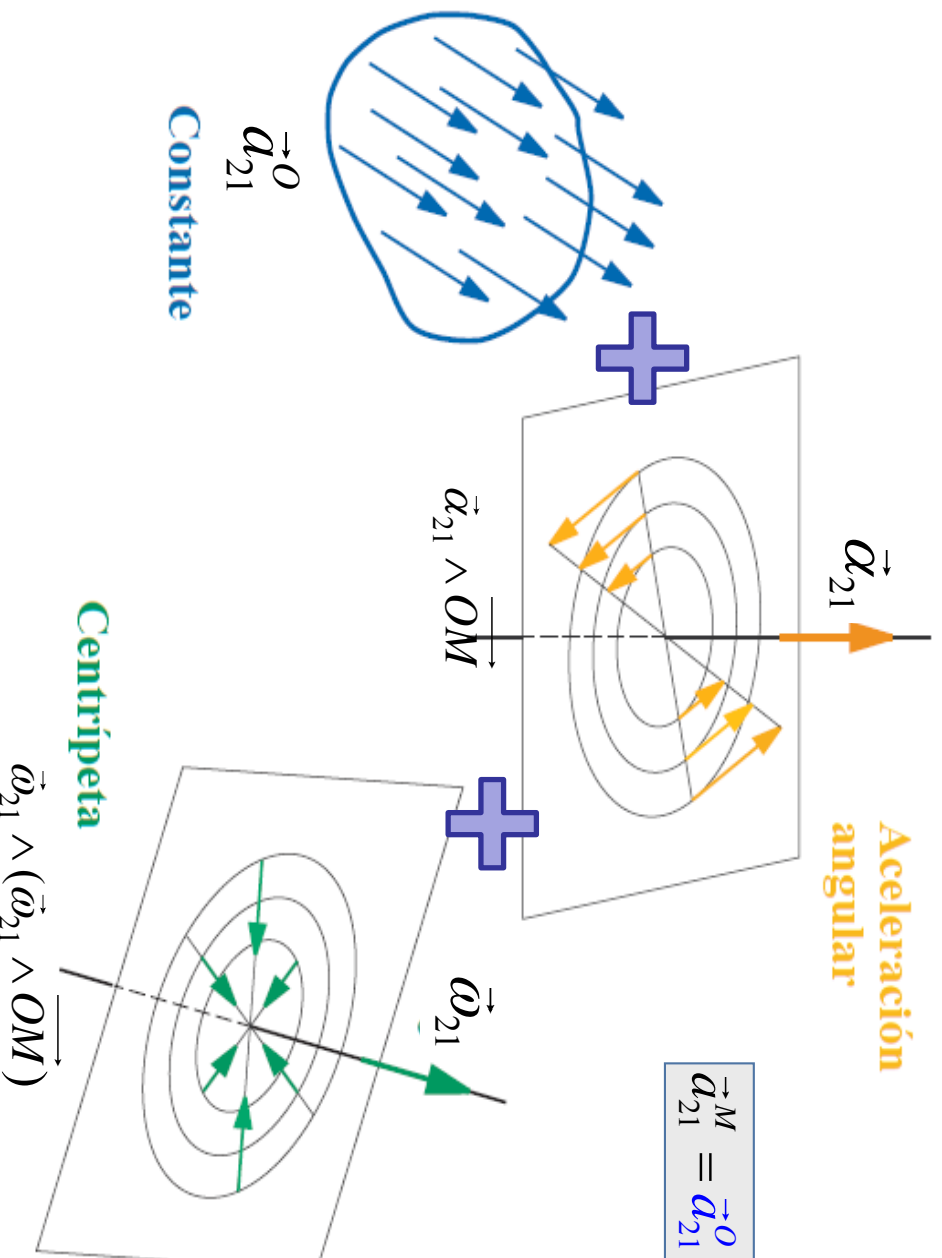
$$\vec{a}_{21}^M = \vec{a}_{21} \wedge \overrightarrow{AM} - \vec{\omega}_{21}^2 \overrightarrow{M'M}$$



Movimiento general

Cinemática del Sólido

El movimiento general del sólido se puede interpretar en cada instante como una **traslación** en la que todos los puntos del sólido tienen la velocidad correspondiente al punto de referencia elegido, $\vec{v}_{21}^O$, más una **rotación alrededor de un eje que pasa por dicho punto con la velocidad angular del sólido** $\vec{\omega}_{21}$



$$\vec{v}_{21}^M = \vec{v}_{21}^O + \vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM}$$

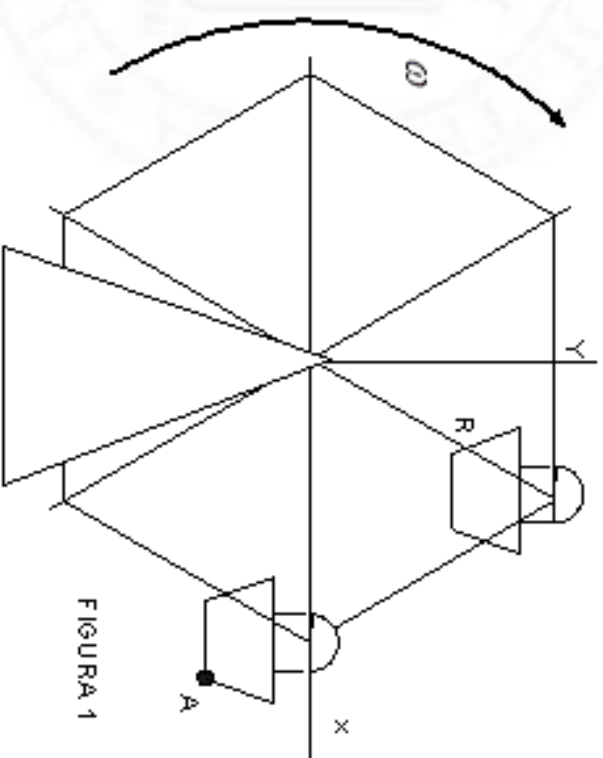
$$\vec{a}_{21}^M = \vec{a}_{21}^O + \vec{\alpha}_{21} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega}_{21} \wedge (\vec{\omega}_{21} \wedge \overrightarrow{OM})$$



Cinemática del Sólido

Sea la cabina (S_2) de una noria como la representada en la Figura 1. Sea R el radio de la estructura (S_0) y ω la velocidad angular de ésta, que es constante. Se considera que las cestas no oscilan respecto de la estructura de la noria. Entonces, la velocidad del punto A de la cabina respecto del suelo para el instante representado será:

- $\vec{v}_{21}^A = \vec{0}$
- $\vec{v}_{21}^A = \omega R \vec{j}$
- $\vec{v}_{21}^A = -\omega R \vec{j}$
- $\vec{v}_{21}^A = -\omega^2 R \vec{i}$
- Con los datos facilitados no se puede calcular



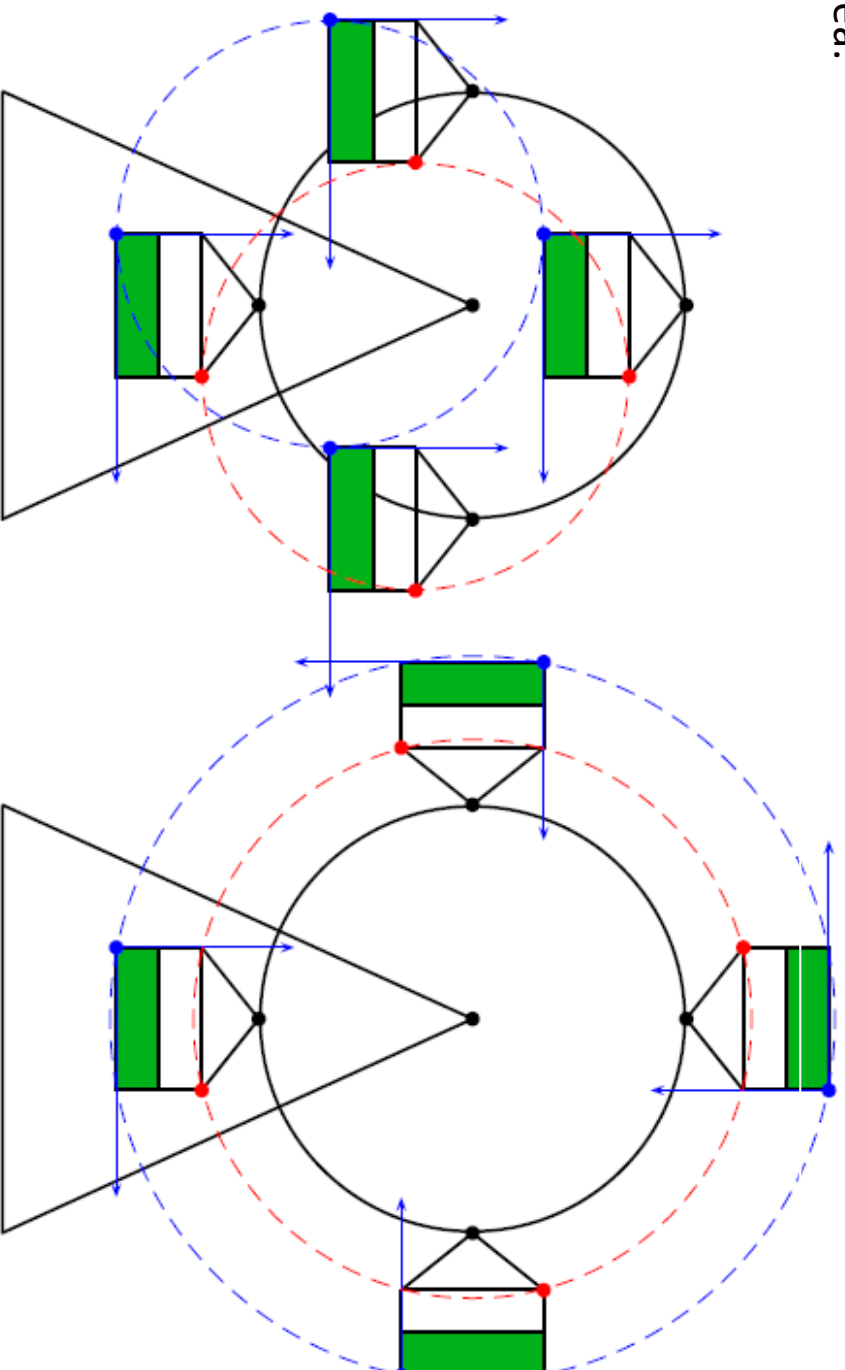
POLITÉCNICA

Movimiento de traslación

Cinemática del Sólido

La traslación puede ser de dos tipos:

- Rectilínea
- Curvilínea:



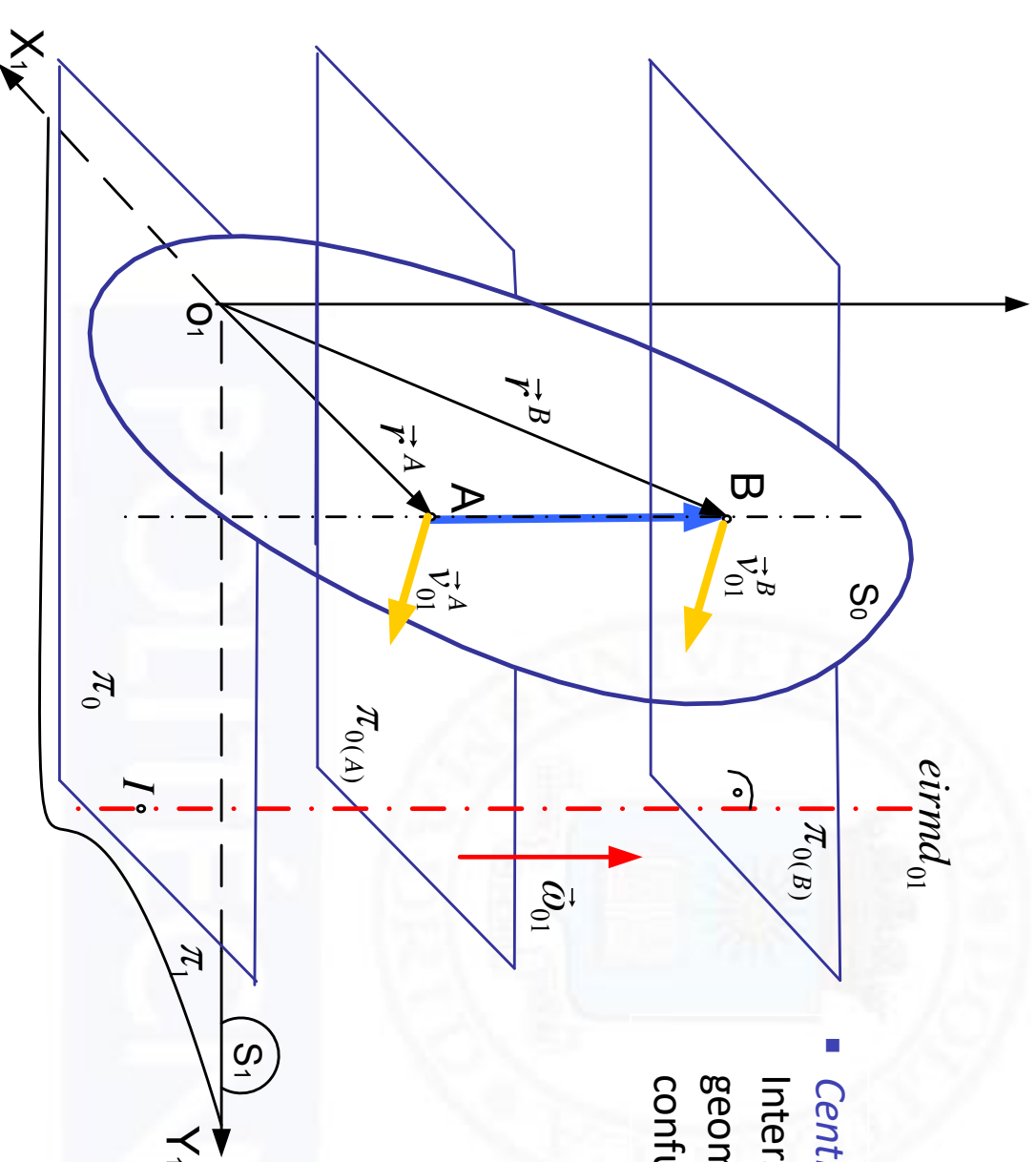
Traslación circular

Rotación

Movimiento plano

Cinemática del Sólido

- **Movimiento plano:** las velocidades de todos los puntos del sólido móvil S_0 son siempre paralelas a un mismo plano fijo π_1 del sistema de referencia.



- **Centro instantáneo de rotación (I) :** Intersección del $eirmnd$ con el plano geométrico en el que se encuentran confundidos los planos π_0 y π_1 .

$$\vec{v}_{01}^I = \vec{0}$$

Velocidad de mínimo
deslizamiento es NULA

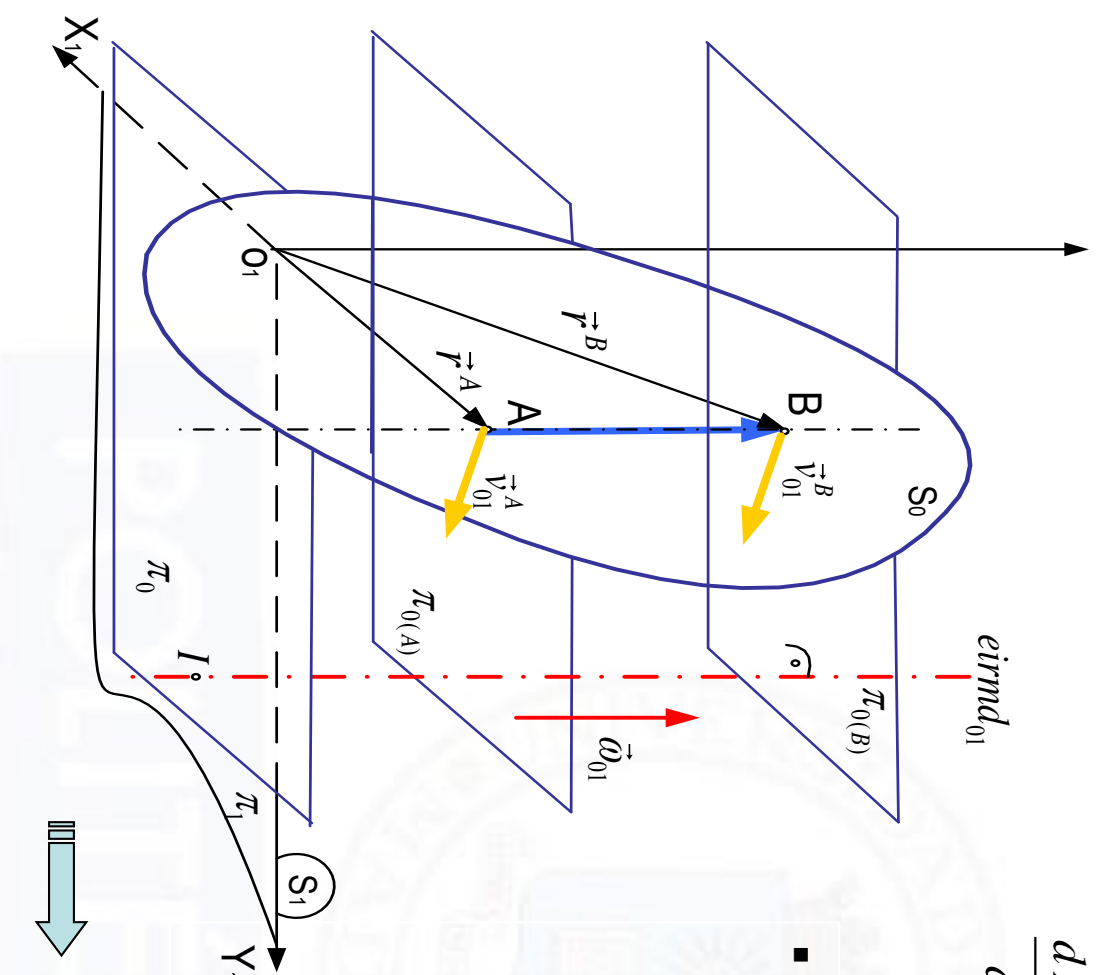
Movimiento plano

Cinemática del Sólido

$$\left. \frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \right)_{S_1} = 0 = \left. \frac{d\overrightarrow{r^B} - d\overrightarrow{r^A}}{dt} \right)_{S_1} = \overrightarrow{v}_{01}^B - \overrightarrow{v}_{01}^A = \vec{\omega}_{01} \wedge \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{v}_{01}^B - \overrightarrow{v}_{01}^A = 0; \quad \overrightarrow{v}_{01}^B = \overrightarrow{v}_{01}^A \Rightarrow$$

- Las velocidades de los puntos situados sobre una recta perpendicular al plano son iguales, y por tanto, también sus trayectorias y sus aceleraciones.
- **El movimiento** –trayectorias, velocidades y aceleraciones- **se repite en planos paralelos al plano de referencia.**

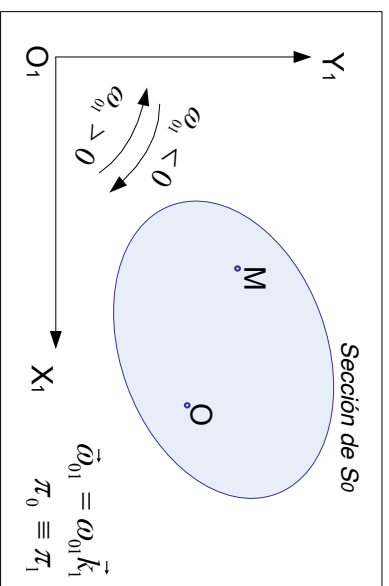


Campo *bidimensional* de velocidades y aceleraciones

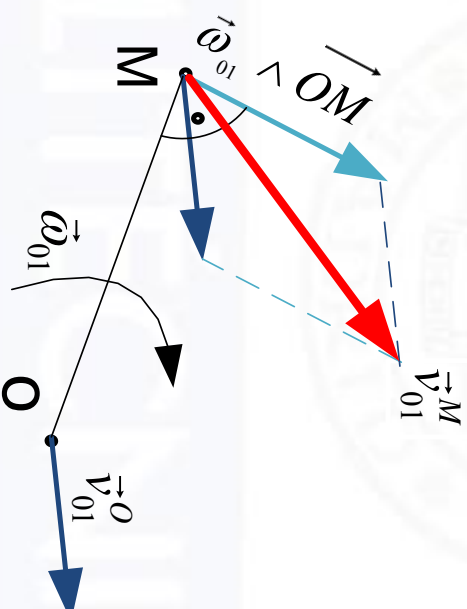
Movimiento plano

Cinemática del Sólido

- *Campo de velocidades, estructura bidimensional*



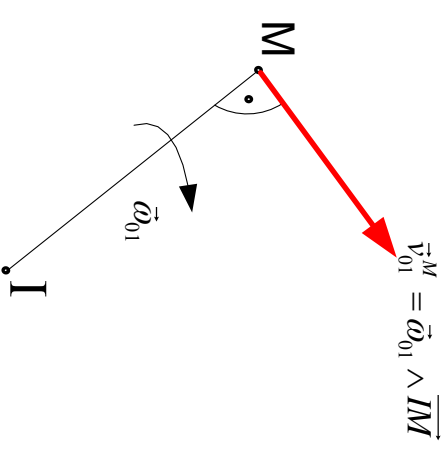
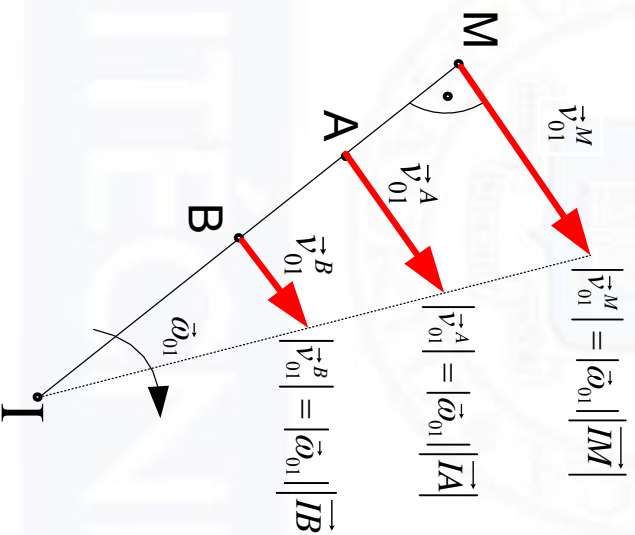
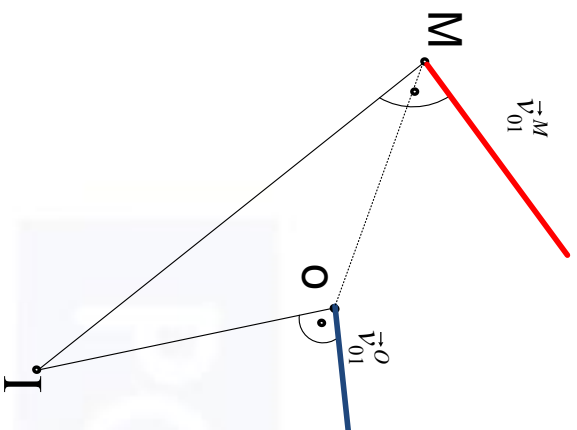
$$\vec{v}_{01}^M = \vec{v}_{01}^O + \vec{\omega}_{01} \wedge \overrightarrow{OM}$$



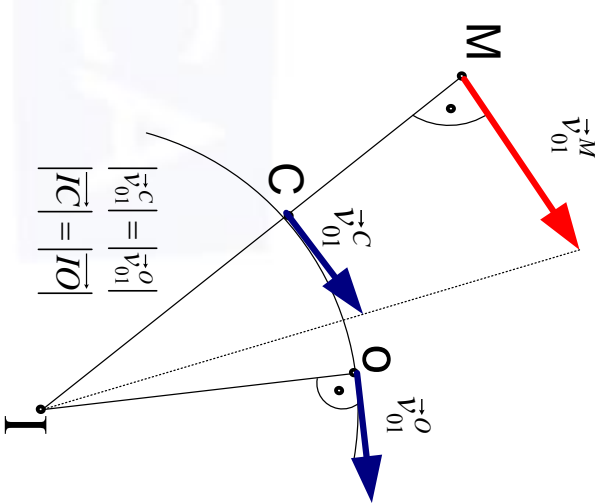
Movimiento plano

Utilizando el C.I.R.

$$\vec{v}_{01}^M = \vec{v}_{01}^I + \vec{\omega}_{01} \wedge \overrightarrow{IM} = \vec{\omega}_{01} \wedge \overrightarrow{IM}$$



Cinemática del Sólido

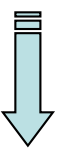


- *Campo de aceleraciones*

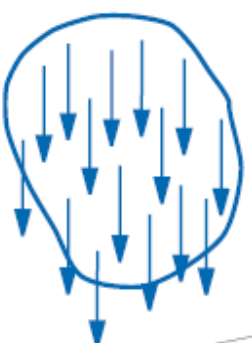
$$\vec{a}_{01}^M = \vec{a}_{01}^O + \vec{\alpha}_{01} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega}_{01} \wedge (\vec{\omega}_{01} \wedge \overrightarrow{OM})$$

Desarrollando el doble producto vectorial

$$\vec{a}_{01}^M = \vec{a}_{01}^O + \vec{\alpha}_{01} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega}_{01} \underbrace{(\vec{\omega}_{01} \cdot \overrightarrow{OM})}_{=0 \text{ (}\perp\text{)}} - \vec{\omega}_{01}^2 \overrightarrow{OM}$$

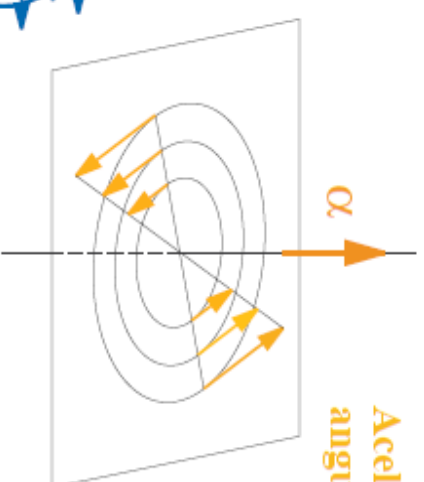


$$\vec{a}_{01}^M = \vec{a}_{01}^O + \vec{\alpha}_{01} \wedge \overrightarrow{OM} - \vec{\omega}_{01}^2 \overrightarrow{OM}$$

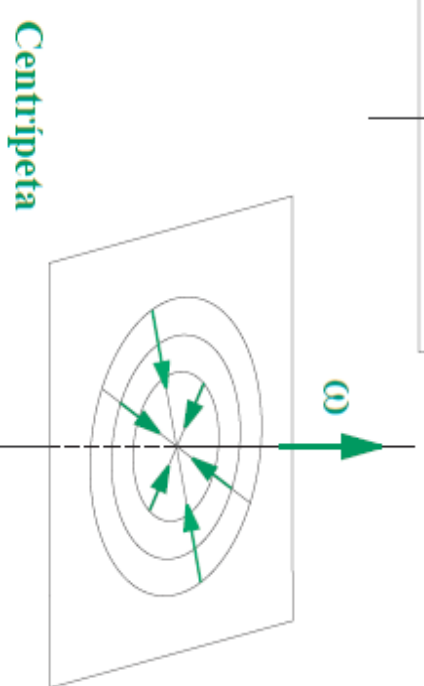


$\vec{a}_{21}^O$

Constante



α
Aceleración
angular

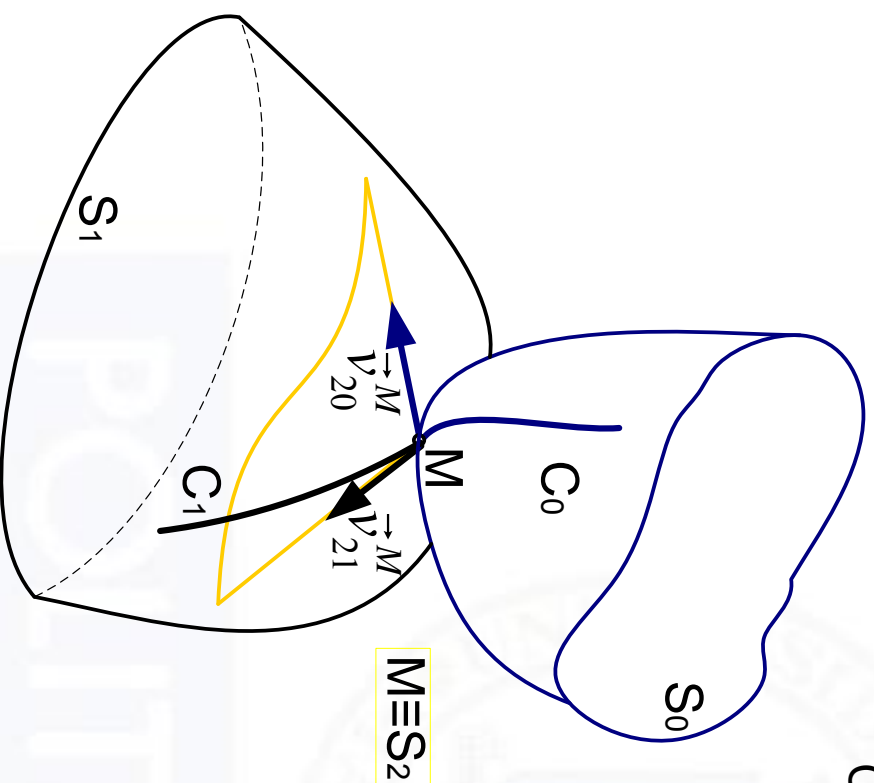


Centrípeta

Sólidos en contacto. Rodadura y deslizamiento

Cinemática del Sólido

- **Sólidos en contacto:** Se consideran dos sólidos S_0 y S_1 que se mueven manteniendo en contacto sus superficies exteriores de forma que en todo momento ambas admitan el mismo plano tangente en el punto de contacto M



Condición cinemática

$$\vec{v}_{21}^M = \vec{v}_{01}^M + \vec{v}_{20}^M \Rightarrow \vec{v}_{01}^M = \vec{v}_{21}^M - \vec{v}_{20}^M$$

- **Velocidad de deslizamiento** ($\vec{v}_{01}^M$): estará contenida en el plano tangente común
- Velocidad angular del sólido ($\vec{\omega}_{01}$), que tiene dos componentes:
 - **Pivotamiento** (ω_p): perpendicular al plano tangente común
 - **Rodadura** (ω_r): paralela al plano tangente común

Sólidos en contacto. Rodadura y deslizamiento

Cinemática del Sólido



Sólidos en contacto. Rodadura y deslizamiento

Cinemática del Sólido

Si la **velocidad de deslizamiento es nula** se dice que **los sólidos ruedan y pivotan sin deslizar**, aunque, por simplicidad, habitualmente se emplea que *ruedan sin deslizar*, dando por sobreentendido que con ello no se excluye el pivotamiento.



Sólidos en contacto. Rodadura y deslizamiento

Cinemática del Sólido

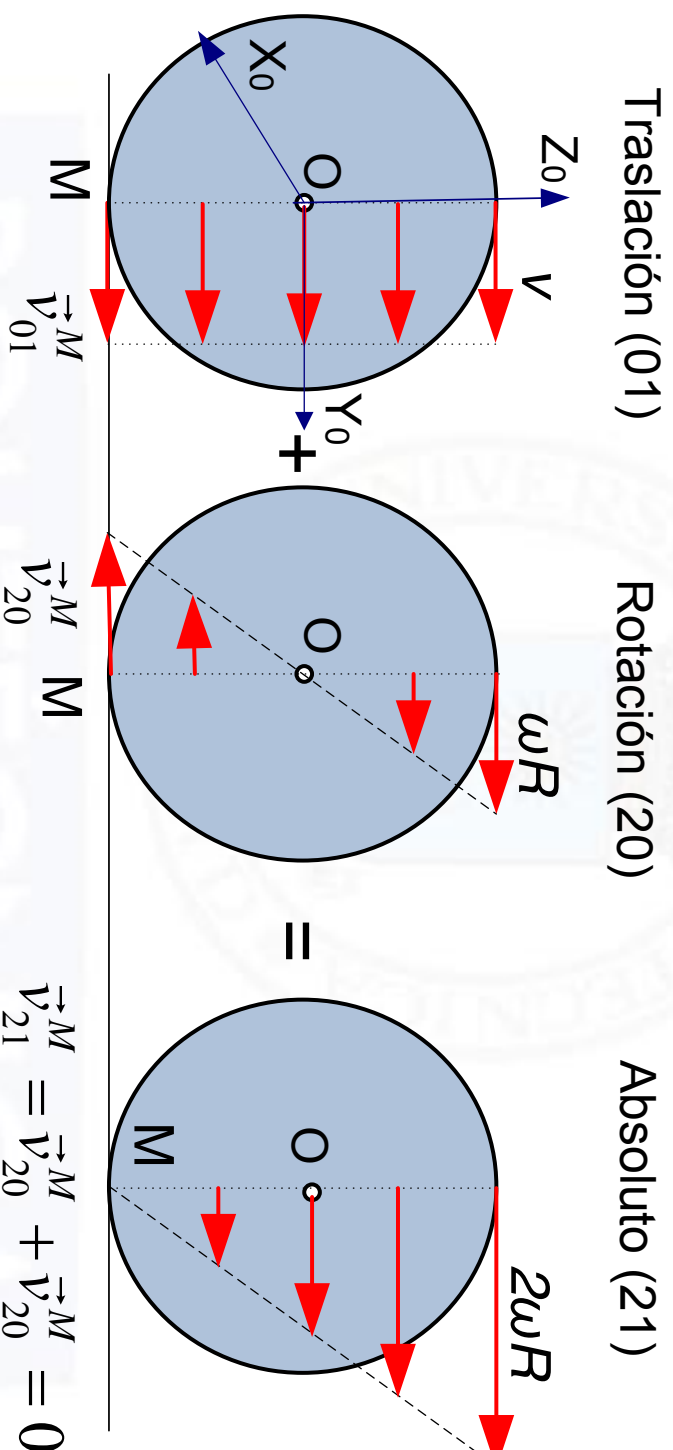
Si la **velocidad de deslizamiento es nula** se dice que **los sólidos ruedan y pivotan sin deslizar**, aunque, por simplicidad, habitualmente se emplea que *ruedan sin deslizar*, dando por sobreentendido que con ello no se excluye el pivotamiento.





¿Cómo rueda sin deslizar?

Se considera un disco de radio R que se desplaza en línea recta rodando sin deslizar con velocidad angular ω



https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/Fisica_II/indexb.html

(Animación en página 143)



POLITÉCNICA